Clase práctica 12 (20/09)

Exercise 0.1. *En una comunidad, el 15% de las familias no tiene hijos, el 20% tiene solo un hijo, el 35% tiene dos hijos, y el 30% tiene tres hijos. En una familia, cada hijo es igualmente probable (e independiente) que sea varón o mujer. Si se toma una familia al azar de la comunidad, se observan los hijos, y se define:*

$$B = \text{'número de varones'}$$

$$G = \text{'número de mujeres'}$$

1. *Calcular la distribución conjunta de B y G.*
2. *Calcular las distribuciones marginales de B y G.*
3. *Cuál es la probabilidad de que tenga tres hijos dado que tiene dos hijos varones?*

Exercise 0.2. *En una fábrica se producen carteras, el 80% de estas son de primera calidad, el 15% son de segunda calidad (con defectos menores), mientras que el resto son defectuosas (no comercializables). En un día laboral, la fabrica produce 100 carteras. Si se observa la producción de un día y se define:*

$$X_1 = \text{'número de carteras de primera calidad'}$$

$$X_2 = \text{'número de carteras de segunda calidad'}$$

$$X_3 = \text{'número de carteras defectuosas'}$$

1. *Cuál es la distribución marginal de cada variable aleatoria? Son independientes?*
2. *Cuál es la distribución de $X_1 + X_2$?*
3. *Cuál es la distribución conjunta de $X = (X_1, X_2, X_3)$?*

Exercise 0.3. *El número de personas que concurren en un día a una oficina de correo es una v.a. Poisson de parámetro λ. Además se sabe que una persona que concurre al correo será hombre con probabilidad p y mujer en caso contrario. Si se definen:*

$$X = \text{'número hombres que ingresan'}$$

$$Y = \text{'número mujeres que ingresan'}$$

1. *Cuál es la distribución conjunta de X e Y?*
2. *Probar que X e Y son Poisson independientes de parámetros $\lambda.p$ y $\lambda.(1-p)$ respectivamente.*
3. *Sea T = 'tiempo hasta que concurren n personas al correo'. Muestre que T tiene distribución $\Gamma(n, \lambda)$.*

Exercise 0.4. *Sean X, Y con función de densidad conjunta:*

$$f(x,y) = 2e^{-(x+2y)}.I_{(0,+\infty)}(x)I_{(0,+\infty)}(y)$$

Calcular la probabilidad de que Y sea mayor que X.